

Calcul dans \mathbb{R}

1) Les ensembles de nombres

\mathbb{N} : ensemble des entiers naturels

0 - 1 - 2 - 3 - $\frac{20}{4}$ - $\frac{36}{12}$ - $\sqrt{4}$ - $\sqrt{9}$ - $\sqrt{25}$

\mathbb{Z} : ensemble des entiers relatifs

\mathbb{N}
-1 -2 -3 - $-\frac{20}{4}$ - $-\frac{36}{12}$ - $-\sqrt{4}$ - $-\sqrt{9}$ - $-\sqrt{25}$

\mathbb{D} : ensemble des nombres décimaux

\mathbb{N}
 \mathbb{Z}
3,2 -4,6 -1,8 - $\frac{5}{2}$ - $\frac{2}{5}$ - $\frac{3}{5}$ - $\frac{7}{5}$ - $\frac{2}{2}$ - $\frac{7}{2}$

\mathbb{Q} : ensemble des nombres rationnels

\mathbb{N}
 \mathbb{Z}
 \mathbb{D} $\frac{7}{9}$ $\frac{-3}{12}$ $\frac{-9}{13}$

\mathbb{R} : ensemble des nombres réels

\mathbb{N}
 \mathbb{Z}
 \mathbb{D} \mathbb{Q} π $\sqrt{3}$ $-\sqrt{5}$
 $\sqrt{2}$

2) Proportionnalité et pourcentage

a	c
b	d

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

5	15
10	30

$$\frac{5}{10} = 0,5$$
$$\frac{15}{30} = 0,5$$

$$\frac{a}{5} \Big| \frac{3}{9} \quad a=?$$

$$\frac{a}{5} = \frac{3}{9}$$

eq $9a = 3 \times 5$
 $9a = 15$
 $a = \frac{15}{9}$

$$\frac{7}{b} \Big| \frac{2}{3}$$

$$\frac{7}{b} = \frac{2}{3}$$

eq $7 \times 3 = 2 \times b$
 $21 = 2b$
 $b = \frac{21}{2}$

15% de 320

320 \rightarrow 100%

(x)? \rightarrow 15%

$$x = \frac{15 \times 320}{100} = 48$$

prix initial d'un article 280 dt
subit une augmentation de 10%.
prix final ?

$$P_f = P_i \left(1 + \frac{\%}{100} \right)$$

$$= 280 \left(1 + \frac{10}{100} \right) = 280 \times \left(\frac{100}{100} + \frac{10}{100} \right)$$
$$= 280 \times \frac{110}{100} = 280 \times 1,1 = 308 \text{ dt}$$

prix initial
d'un produit 300 dt
subit une réduction de 20%.
prix final

$$P_f = P_i \left(1 - \frac{\%}{100} \right)$$

$$= 300 \times \left(1 - \frac{20}{100} \right) = 300 \times \left(\frac{100}{100} - \frac{20}{100} \right) = 300 \times \frac{80}{100}$$
$$= 300 \times 0,8$$
$$= 240 \text{ dt}$$

3) Les identités remarquables

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(x+1)^2 = x^2 + 2 \cdot 1 \cdot x + 1^2 = x^2 + 2x + 1$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(2-x)^2 = 2^2 - 2 \cdot 2 \cdot x + x^2 = 4 - 4x + x^2$$

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(1+x)^3 = 1^3 + 3 \cdot 1^2 \cdot x + 3 \cdot 1 \cdot x^2 + x^3 \\ = 1 + 3x + 3x^2 + x^3$$

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$(2-x)^3 = 2^3 - 3 \cdot 2^2 \cdot x + 3 \cdot 2 \cdot x^2 - x^3 \\ = 8 - 12x + 6x^2 - x^3$$

$$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$$

$$x^2 - 25 = x^2 - 5^2 = (x-5)(x+5)$$

$$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$x^3 - 1^3 = (x-1)(x^2 + 1x + 1^2)$$

$$x^3 + 2^3 = (x+2)(x^2 - 2x + 2^2)$$

4) Développement et Factorisation

$$(a-b)(c-d) = axc - axd - bxc + bxd$$

$$(a+b)(c-d) = axc - axd + bxc - bxd$$

$$(a-b)(c+d) = axc + axd - bxc - bxd$$

$$(a+b)(c+d) = axc + axd + bxc + bxd$$

$$a(b-c) = axb - axc$$

$$a(b+c) = axb + axc$$

$$F = 25x^2 - 15x$$

$$= 5 \times 5x^2 - 5 \times 3x$$

$$= 5x(5x - 3)$$

$$G = (x-2)(x+3) + (x-2)(4x-6)$$

$$G = (x-2)[x+3 + 4x-6]$$

$$= (x-2)[5x-3]$$

5- Valeur absolue

$$|5 + \sqrt{2}| = 5 + \sqrt{2}$$

$$|5 - \sqrt{3}| = 5 - \sqrt{3}$$

$$|-3 - \sqrt{5}| = 3 + \sqrt{5}$$

$$|\sqrt{3} - 5| = -\sqrt{3} + 5$$

$$|2x+3| = 4$$

$$\begin{array}{l} 5^2 > \sqrt{3}^2 \\ 25 > 3 \\ 5 > \sqrt{3} \end{array}$$

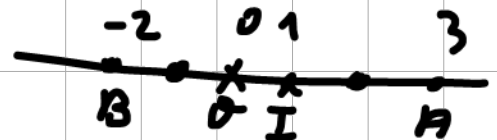
$$\text{sig } 2x+3=4 \quad \text{ou } 2x+3=-4$$

$$\text{y } \begin{array}{l} 2x = 4-3 \\ \quad = 1 \end{array} \quad \begin{array}{l} 2x = -4-3 \\ \quad = -7 \end{array}$$

$$\text{sig } x = \frac{1}{2} \quad \text{ou } x = -\frac{7}{2}$$

$$x_A = 3$$

$$x_B = -2$$



$$AB = |x_B - x_A| \neq I$$

$$= |-2 - 3| \times 1$$

$$= |-5| \times 1$$

$$= 5 \times 1 = 5$$

6- Les radicaux

Ecrire sans radicaux au dénominateur

$$\frac{3}{1+\sqrt{2}} = \frac{3(1+\sqrt{2})}{(1-\sqrt{2})(1+\sqrt{2})} = \frac{3 \times 1 + 3 \times \sqrt{2}}{1^2 - \sqrt{2}^2} = \frac{3 + 3\sqrt{2}}{1-2} = \frac{3+3\sqrt{2}}{-1}$$

$$\frac{\sqrt{7}}{2-\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{7}(2+\sqrt{7})}{(2-\sqrt{7})(2+\sqrt{7})} = \frac{\sqrt{7} \times 2 + \sqrt{7} \times \sqrt{7}}{2^2 - \sqrt{7}^2} = \frac{2\sqrt{7} + 7}{4-7} = \frac{2\sqrt{7}+7}{-3}$$

$\sqrt{a+1} - \sqrt{a}$ est l'inverse de $\sqrt{a+1} + \sqrt{a}$

$$\begin{aligned} (\sqrt{a+1} - \sqrt{a})(\sqrt{a+1} + \sqrt{a}) &= (\sqrt{a+1})^2 - (\sqrt{a})^2 \\ &= a+1 - a \\ &= 1 \end{aligned}$$

7) Comparaison entre a et \sqrt{a}

$$\sqrt{4} = 2 < 4 = 4$$

$$\sqrt{4} < 4$$

$$\boxed{\sqrt{a} < a}$$

$$a > 1$$

$$\sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{4}} = \frac{1}{2} > \frac{1}{4}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} &> \frac{1}{4} \\ \sqrt{\frac{1}{4}} &> \frac{1}{4} \end{aligned}$$

$$\boxed{\sqrt{a} > a}$$

$$0 < a < 1$$

8- Comparaison entre a et $\frac{1}{a}$

$$5 = 5 > \frac{1}{5} = 0,2$$

$$\boxed{a > \frac{1}{a}}$$

$$\textcircled{a > 1}$$

$$\frac{1}{0,2} = \frac{1}{\frac{2}{10}} = \frac{10}{2} = 5 \quad 0,2 = 0,2$$

$$\boxed{\frac{1}{a} > a}$$

$$0 < a < 1$$

9. Comparaison entre a et a^2

$$3 = 3 < 3^2 = 9$$

$$a < a^2 \\ a > 1$$

$$0,2 = 0,2 > (0,2)^2 = 0,04$$

$$a > a^2 \\ 0 < a < 1$$

10. Écriture scientifique

$$325,29 \Rightarrow 3,2529 \cdot 10^2$$

$$0,000493 \Rightarrow 4,93 \cdot 10^{-4}$$

