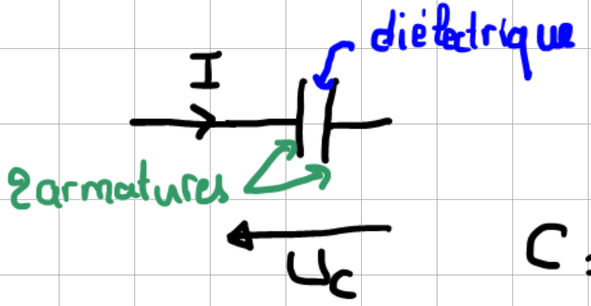
Le condensateur - Dipôle RC

I) Etude de condensateur



grandeur caractéristique : capacité "C"

$C = 250\,mF = 250 \times 10^{-3}\,F$

$C = 180\,\mu F = 180 \times 10^{-6}\,F$

$C = 320\,nF = 320 \times 10^{-9}\,F$

Si le condensateur est plan

S : surface commune des armatures (m^2)

e : épaisseur de diélectrique (m)

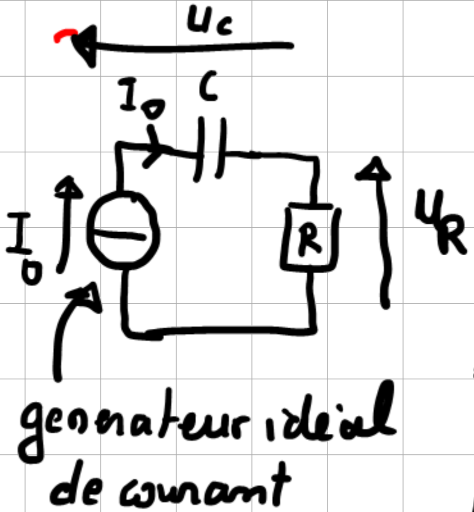
ε : permitivité

$$\boxed{C = \varepsilon \cdot \frac{S}{e}}$$

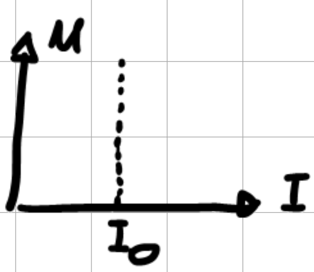
avec $\varepsilon = \varepsilon_0 \times \varepsilon_r$

permitivité absolue (ε_0)

permitivité relative (ε_r)



condensateur = composant électrique capable de stocker l'énergie électrostatique



$$\boxed{I_0 = \frac{Q}{t}}$$

intensité de courant (I_0)

temps (t)

quantité d'électricité (Q)

$Q = n \cdot e$

avec $e = 1{,}6 \times 10^{-19}\,C$

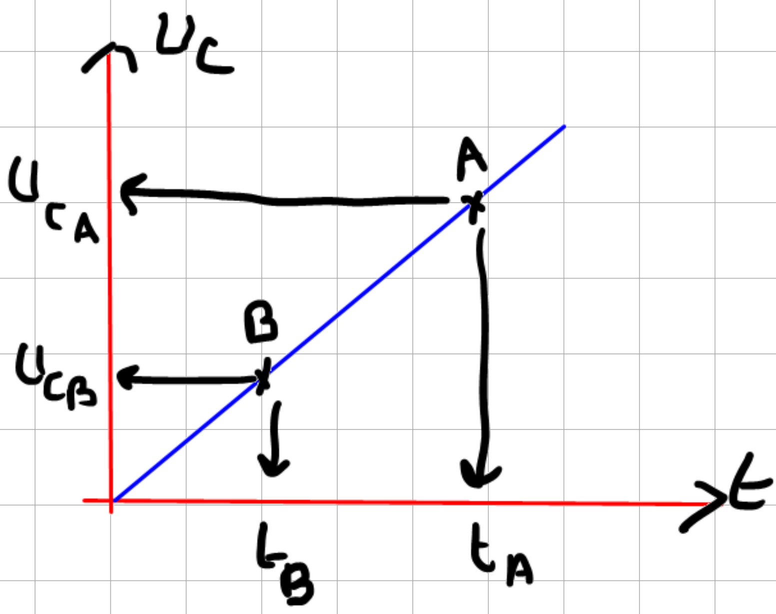
Loi d'ohm dans un conducteur ohmique = resistor

$$U_R = R I$$

Loi d'ohm relative aux dipôle condensateur

$$U_C = \frac{q}{C} \leftarrow Q = I_0 \times t$$

$$U_C = \frac{I_0 \times t}{C}$$



$U_C = f(t)$ est une droite linéaire

$$U_C = a \times t$$

avec a = pente

$$a = \frac{U_{CB} - U_{CA}}{t_B - t_A} = \dots V s^{-1}$$

$$U_C = \frac{I_0}{C} \times t$$

$$U_C = a.t$$

$$\frac{I_0}{C} = a \Rightarrow I_0 = a \times C = \dots A$$

$$\Rightarrow C = \frac{I_0}{a} = \dots F$$

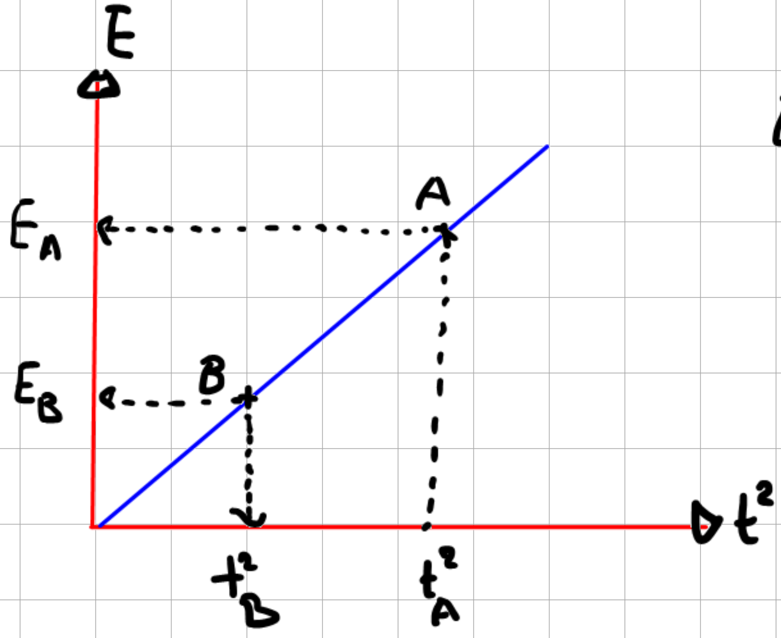
l'energie emmagasinée par le condensateur

$$E = \frac{1}{2} C.U_C^2$$

$$U_C = \frac{I_0}{C}.t$$

$$E = \frac{1}{2} C \left(\frac{I_0}{C} t\right)^2 = \frac{1}{2} C \frac{I_0^2}{C^2} t^2$$

$$E = \frac{I_0^2}{2C} t^2$$



$E = f(t^2)$ droite linéaire

$E = a.t^2$

avec $a = \dfrac{E_A - E_B}{t_A^2 - t_B^2}$

$= \dots \; J s^{-2}$

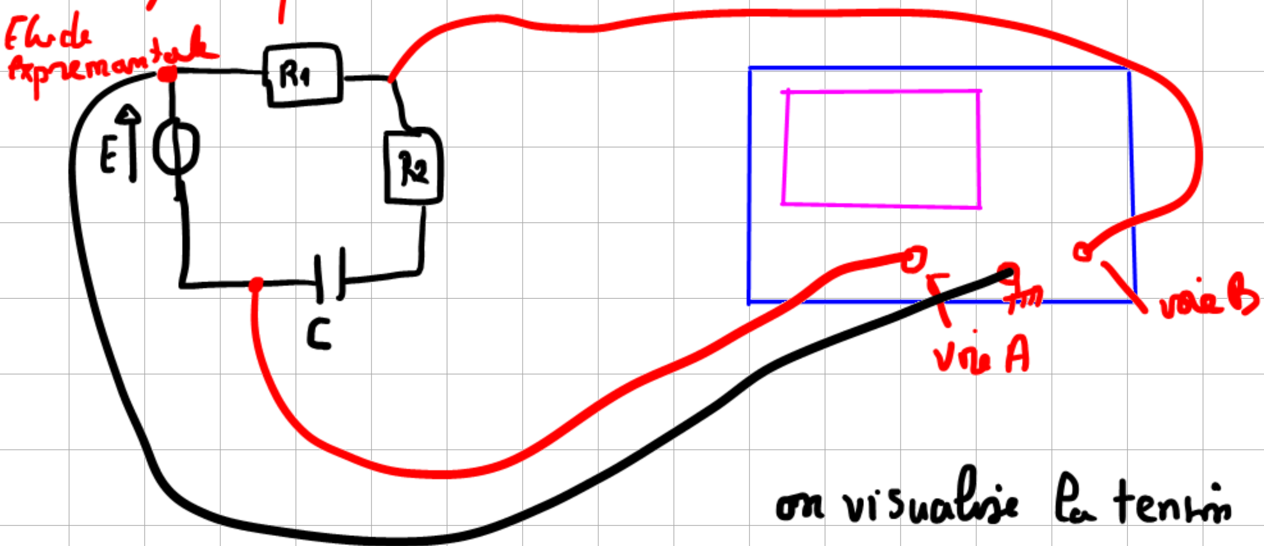
$$E = \boxed{\frac{I_0^2}{2C}}\, t^2$$

$$E = \boxed{a}\,.t^2$$

$$\frac{I_0^2}{2C} = a \Longrightarrow I_0 = \sqrt{2.C.a} = \dots \; A$$

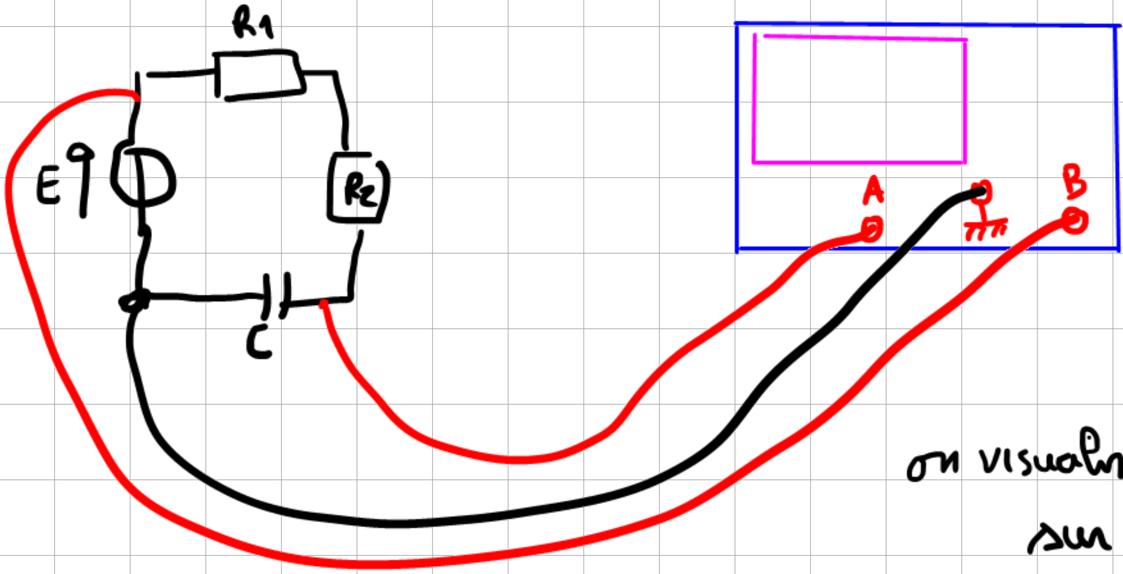
$$\Longrightarrow C = \frac{I_0^2}{2a} = \dots \; F$$

II) Dipôle RC



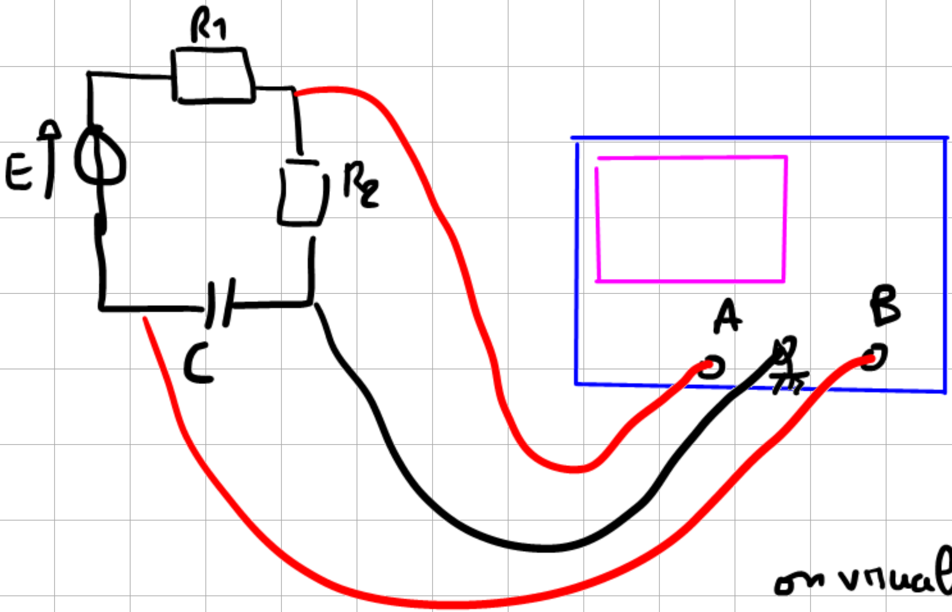
on visualise la tension $U_G = E$ sur voie A

on visualise la tension U_{R_1} sur voie B



on visualise la tension U_C sur voie A

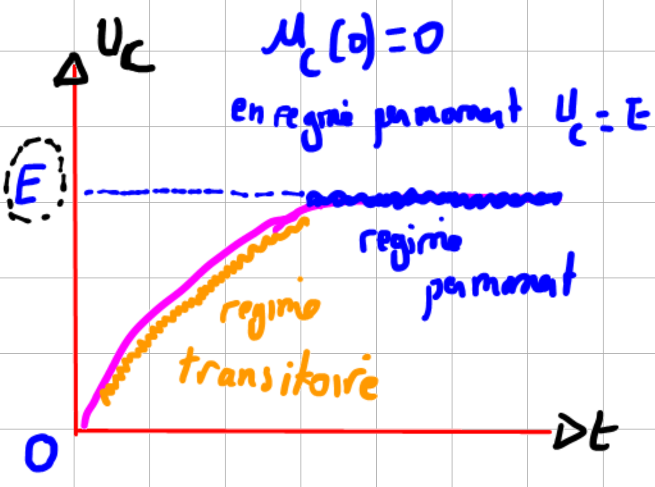
on visualise la tension $U_G = E$ sur voie B

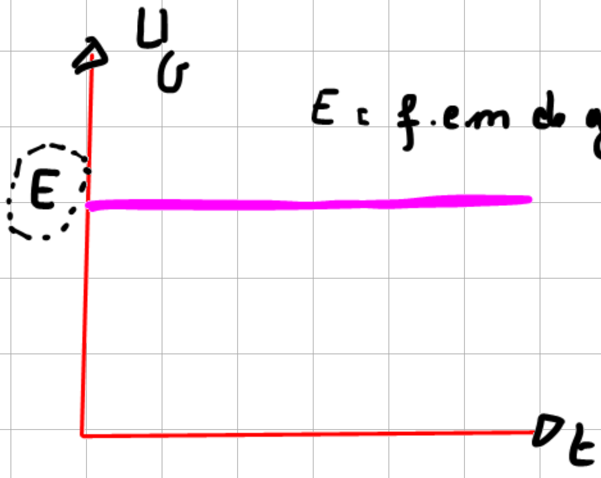


on visualise la tension U_{R_2} sur voie A

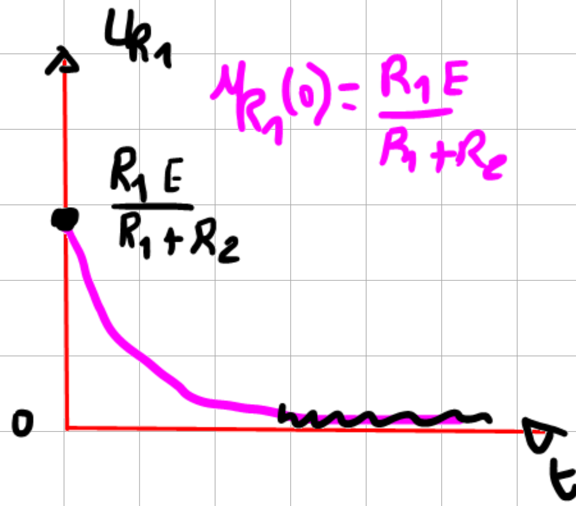
on visualise la tension U_C sur voie B

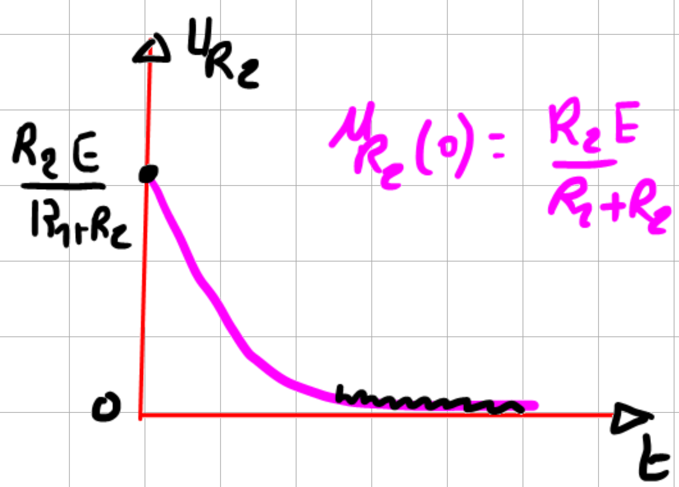
donner les branchements nécessaires avec l'oscilloscope pour visualiser $U_{R_2}(t)$ sur voie A et $U_C(t)$ sur voie B



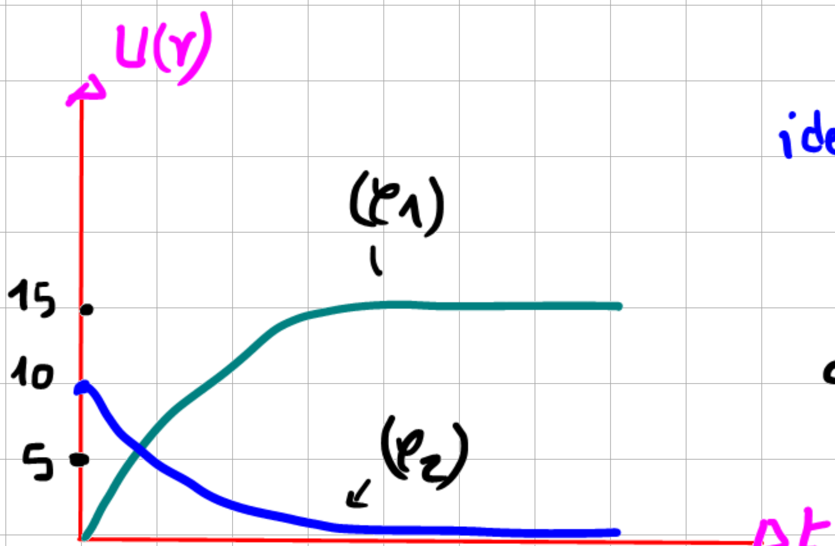


E : f.e.m du générateur





en régime permanent $u_{R_1} = u_{R_2} = 0$



identifier les 2 courbes

à $t = 0$ s $u_C(0) = 0$ car le condensateur est initialement déchargé et on a un phénomène de charge du condensateur donc $u_C \nearrow$

($\mathcal{C}_1$) correspond à l'évolution de $u_C(t)$

par suite ($\mathcal{C}_2$) correspond à l'évolution de $u_{R_1}(t)$

f.e.m de generateur $E = 15V$ car en regime permanent $u_C = E$

$$U_{R_1}(0) = \frac{R_1 E}{R_1 + R_2} = 10V$$

$R_1 = 5k\Omega$
$= 5 \times 10^3 \Omega$

$R_2 = ??$

$$U_{R_1}(0) = \frac{R_1 E}{R_1 + R_2}$$

$$R_1 + R_2 = \frac{R_1 E}{U_{R_1}(0)}$$

$$R_2 = \frac{R_1 E}{U_{R_1}(0)} - R_1$$

$$= R_1 \left(\frac{E}{U_{R_1}(0)} - 1 \right)$$

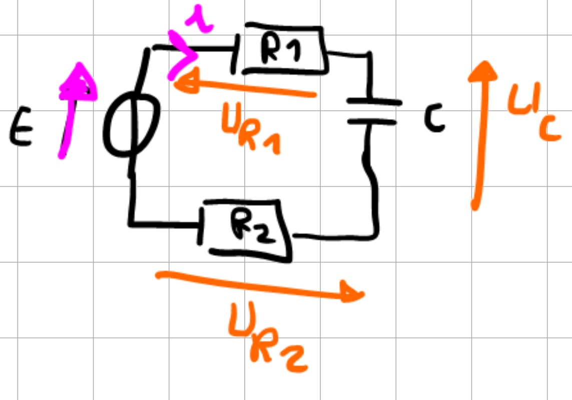
A.N

$$R_2 = 5.10^3 \left(\frac{15}{10} - 1 \right)$$

$$= 5.10^3 (0,5)$$

$$= 2,5.10^3 \ \Omega$$

Etude theorique



D'apres loi des mailles

$$u_C + u_{R_1} + u_{R_2} - E = 0$$

$$\boxed{U_C + U_{R_1} + U_{R_2} = E}$$

à $t = 0s$ $\quad U_c(0) = 0$

$U_R = R\,i$

$$U_{R_1}(0) + U_{R_2}(0) = E$$

$$R_1 . i(0) + R_2\, i(0) = E$$

$$(R_1 + R_2)\, i(0) = E$$

$$\boxed{i(0) = \frac{E}{R_1 + R_2}}$$

$$U_{R_1}(0) = R_1 . i(0)$$

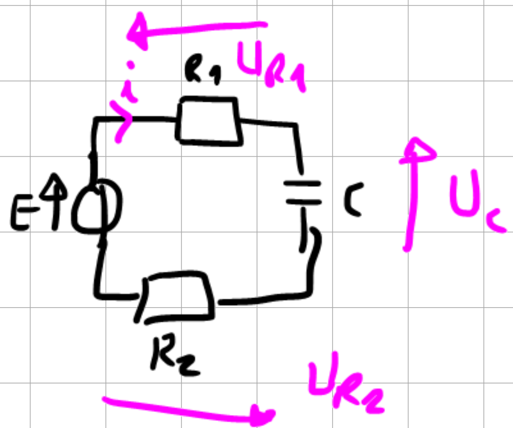
$$\boxed{U_{R_1}(0) = \frac{R_1 E}{R_1 + R_2}}$$

$$U_{R_2}(0) = R_2\, i(0)$$

$$\boxed{U_{R_2}(0) = R_2 \frac{E}{R_1 + R_2}}$$

équation différentielle en fonction de $u_c(t)$

D'après la loi des mailles



$$U_c + U_{R_1} + U_{R_2} - E = 0$$

$$U_c + U_{R_1} + U_{R_2} = E$$

$$U_c + R_1 i + R_2 i = E$$

$$U_c + (R_1 + R_2)\, \boxed{i} = E$$

$$\boxed{i = \frac{dq}{dt}}$$

$q = C . u_c$

$u_c = \frac{q}{C}$

$$i = \frac{d\, C . u_c}{dt}$$

$$\boxed{i = C . \frac{du_c}{dt}}$$

$$U_c + (R_1 + R_2)\, C\, \frac{du_c}{dt} = E$$

$$U_c + \tau \frac{du_c}{dt} = E \quad \text{avec} \quad \boxed{\tau = (R_1 + R_2) C}$$

c'est une constante exprimée en seconde et qui nous renseigne sur la durée de charge ou de décharge d'un condensateur solution de l'équation différentielle en fonction de u_c

$u_c(t) = A + Be^{-\alpha t}$ déterminer A, B et α pour que $U_c(t)$ est une solution

à $t = 0s$ $\begin{cases} U_c(0) = 0 \\ U_c(0) = A + Be^{0} = A + B \end{cases}$

$\boxed{e^{0} = 1}$

$A + B = 0$

$\boxed{B = -A}$

$U_c(t) = A + Be^{-\alpha t}$

$U_c(t) = A - Ae^{-\alpha t}$

$$\frac{dU_c}{dt}(t) = \alpha Ae^{-\alpha t}$$

$U_c = A - Ae^{-\alpha t}$

dérivée

$$\frac{dU_c}{dt} = 0 - \underbrace{(-\alpha)}Ae^{-\alpha t}$$

$$\left(e^{-\alpha t}\right)' = \underbrace{-\alpha}e^{-\alpha t}$$

$$U_c = A - Ae^{-\alpha t}$$
$$\frac{dU_c}{dt} = \alpha Ae^{-\alpha t}$$

$$U_c + \tau\frac{dU_c}{dt} = E$$

$$A - Ae^{-\alpha t} + \tau\alpha Ae^{-\alpha t} = E$$

$$-Ae^{-\alpha t} + \tau\alpha Ae^{-\alpha t} = E - A$$

$$Ae^{-\alpha t}(-1 + \tau\alpha) = \underbrace{E - A}$$

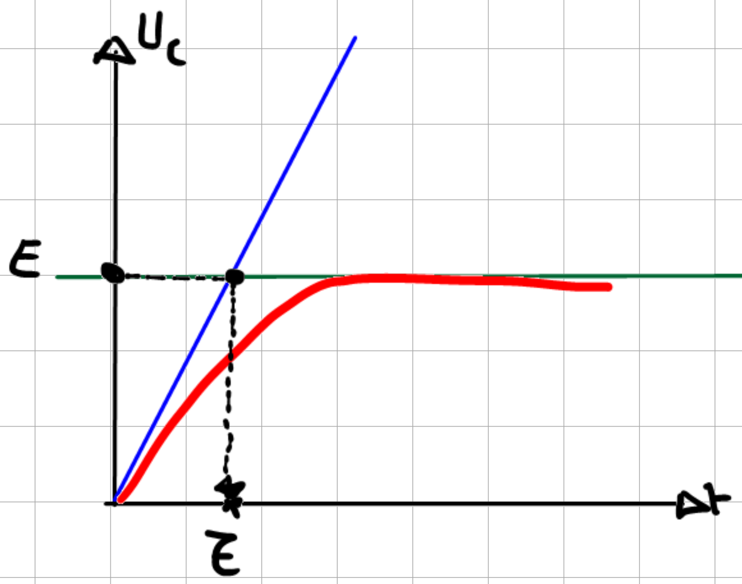
$\begin{cases} E - A = 0 \\ -1 + \tau\alpha = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} E = A \\ \tau\alpha = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = E \\ \alpha = 1/\tau \end{cases}$

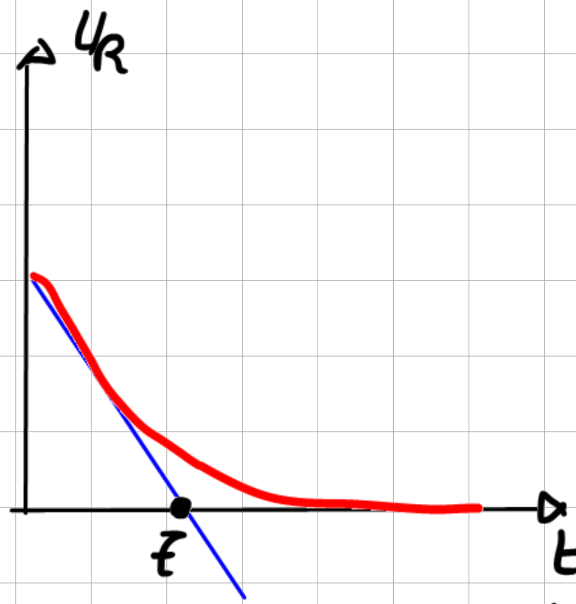
$B = -A$

$B = -E$

$$U_c(t) = A + Be^{-\alpha t}$$

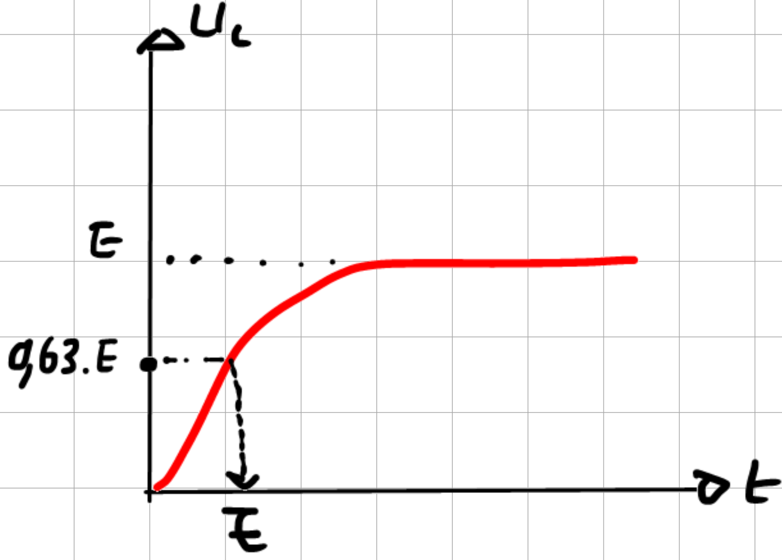
$$U_c(t) = E - Ee^{-\frac{1}{\tau}t}$$

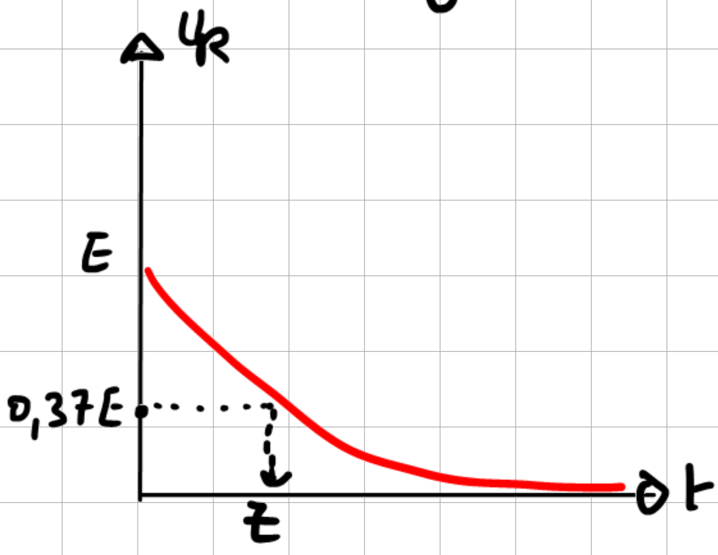




τ : absisse de point d'intersection entre la tangente à la courbe à t = 0s et l'asymptote y = E

τ : l'abscisse de point d'intersection entre la tangente à la courbe à t = 0s et l'asymptote y = 0





$$U_c(t) = E - E e^{-1/\tau\, t} = E\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$

$$U_c(t=\tau) = E\left(1 - e^{-\tau/\tau}\right)$$

$$= E\left(\underbrace{1 - e^{-1}}_{0{,}63}\right)$$

$$U_R(t=\tau) + U_c(t=\tau) = E$$

$$U_R(t=\tau) = E - U_c(t=\tau)$$

$$= E - 0{,}63\,E$$

$$= 0{,}37\,E$$